ЛИТЕРАТУРА

1. *Molchanov V. F., Volotova N. B.* Polynomial quantization on para-Hermitian symmetric spaces // Вестн. Тамб. ун-та. Сер. Естеств. и техн. науки. 2005. Т. 10. Вып. 4. С. 412–424.
2. *Molchanov V. F., Volotova N. B.* Polynomial quantization on rank one para-Hermitian symmetric spaces // Acta Appl. Math. 2004. V. 81. № 1–3. С. 215–232.
3. *Tsykina S. V.* Polynomial quantization on para-hermitian spaces with pseudo-orthogonal group of translations // Int. Workshop "Idempotent and tropical mathematics and problems of mathematical physics". Moscow. Aug. 25–30. V. II. 2007. С. 63–71.

Abstract: We consider polynomial quantization on para-Hermitian symmetric spaces G/H with the pseudo-orthogonal group $G = \mathrm{SO}_0(p,q)$. We express the Berezin transform in terms of Laplacians, compute its eigenvalues and determine its asymtotics.

Keywords: simplectic manifolds; pseudoorthogonal groups; polynomial quantization; Berezin transform.

Цыкина Светлана Викторовна
ассистент
Тамбовский государственный университет
им. Г.Р. Державина
Россия, Тамбов
e-mail: molchano@molchano.tstu.ru

Svetlana Tsykina
assistant
Tambov State University
named after G.R. Derzhavin
Russia, Tambov
e-mail: molchano@molchano.tstu.ru

УДК 517.972.8

К ВОПРОСУ О РАСШИРЕНИИ НЕКОТОРЫХ ИГРОВЫХ ЗАДАЧ В КЛАССЕ КОНЕЧНО-АДДИТИВНЫХ МЕР

© **А. Г. Ченцов, Ю. В. Шапарь**

Ключевые слова: конечно-аддитивная мера; максимин; слабая абсолютная непрерывность.

Аннотация: Рассматривается расширение неустойчивой игровой задачи в классе конечно-аддитивных мер.

Пусть $(I_1, \mathcal{L}_1)$ и $(I_2, \mathcal{L}_2)$ – пара измеримых пространств с полуалгебрами множеств, $I_1 \neq \emptyset$ и $I_2 \neq \emptyset$, η_1 и η_2 — неотрицательные вещественнозначные (в/з) конечно-аддитивные (к.-а.) меры на $\mathcal{L}_1$ и $\mathcal{L}_2$ соответственно. Фиксируем натуральные числа k, l, p, q;

$$(\alpha_i)_{i\in\overline{1,k}} : \overline{1,k} \to B(I_1, \mathcal{L}_1),\ (\beta_j)_{j\in\overline{1,l}} : \overline{1,l} \to B(I_2, \mathcal{L}_2),$$

$$(\gamma_i)_{i\in\overline{1,p}}:\overline{1,p}\to B(I_1,\mathcal{L}_1),\ (\omega_j)_{j\in\overline{1,q}}:\overline{1,q}\to B(I_2,\mathcal{L}_2),$$

где $B(I_1,\mathcal{L}_1)$ и $B(I_2,\mathcal{L}_2)$ — банаховы пространства ярусных [1, §2.7] в/з функций на I_1 и I_2 соответственно (см. также [2, гл. IV]). Пусть U и V — непустые подмножества (п/м) $B(I_1,\mathcal{L}_1)$ и $B(I_2,\mathcal{L}_2)$ соответственно, Y и Z — непустые компакты в $\mathbb{R}^p$ и в $\mathbb{R}^q$ соответственно. Рассматриваем ограничения

$$\left(\int\limits_{I_1}\gamma_i u d\eta_1\right)_{i\in\overline{1,p}}\in Y,\quad \left(\int\limits_{I_2}\omega_j v d\eta_2\right)_{j\in\overline{1,q}}\in Z \tag{1}$$

на выбор $u\in U$ и $v\in V$ (интегралы понимаются в смысле [1, гл. 3]). Через $\mathcal{U}$ (через $\mathcal{V}$) обозначаем множество Y-допустимых (Z-допустимых) «управлений» $u\in U$ $(v\in V)$; см. (1). Пусть

$$\left(\int\limits_{I_1}|u|d\eta_1\leqslant c_U\ \forall u\in U\right)\ \&\ \left(\int\limits_{I_2}|v|d\eta_2\leqslant c_V\ \forall v\in V\right),$$

где c_U и c_V — положительные константы. Фиксируем непрерывную в/з функцию f_0 на $\mathbb{R}^k\times\mathbb{R}^l$; определяем Φ в виде

$$(u,v)\mapsto f_0\left(\left(\int\limits_{I_1}\alpha_i u d\eta_1\right)_{i\in\overline{1,k}},\left(\int\limits_{I_2}\beta_j v d\eta_2\right)_{j\in\overline{1,l}}\right):U\times V\to\mathbb{R}.$$

Если $\zeta\in]0,\infty[$, то через $O^{(p)}_\zeta[Y]$ (через $O^{(q)}_\zeta[Z]$) обозначаем открытую ζ-окрестность компакта Y (компакта Z) в смысле нормы, определяемой как наибольший модуль компонент соответствующего вектора;

$$U_\partial[\zeta]\triangleq\left\{u\in U\mid\left(\int\limits_{I_1}\gamma_i u d\eta_1\right)_{i\in\overline{1,p}}\in O^{(p)}_\zeta[Y]\right\},\ V_\partial[\zeta]\triangleq\left\{v\in V\mid\left(\int\limits_{I_2}\omega_j v d\eta_2\right)_{j\in\overline{1,q}}\in O^{(q)}_\zeta[Z]\right\}.$$

Введем следующие правила погружения U и V в пространства $\mathbb{A}(\mathcal{L}_1)$ и $\mathbb{A}(\mathcal{L}_2)$ всех в/з к.-а. мер ограниченной вариации на $\mathcal{L}_1$ и $\mathcal{L}_2$ (см.[1, §3.7], [3, с. 69]):

$$u\mapsto u*\eta_1:U\to\mathbb{A}(\mathcal{L}_1),\ v\mapsto v*\eta_2:V\to\mathbb{A}(\mathcal{L}_2),$$

где управлениям из U и V сопоставляются неопределенные интегралы относительно η_1 и η_2 соответственно. Через $\widetilde{U}$ (через $\widetilde{V}$) обозначаем $*$ - слабое (см. [3, (3.4.13)]) замыкание множества $\{u*\eta_1:u\in U\}$ (множества $\{v*\eta_2:v\in V\}$);

$$\widetilde{U}_\partial\triangleq\left\{\mu\in\widetilde{U}\mid\left(\int\limits_{I_1}\gamma_i d\mu\right)_{i\in\overline{1,p}}\in Y\right\},\ \widetilde{V}_\partial\triangleq\left\{\nu\in\widetilde{V}\mid\left(\int\limits_{I_2}\omega_j d\nu\right)_{j\in\overline{1,q}}\in Z\right\}.$$

Справедливы следующие свойства эквивалентности:

$$(\widetilde{U}_\partial\neq\emptyset)\Leftrightarrow(U_\partial[\varepsilon]\neq\emptyset\ \forall\varepsilon\in]0,\infty[);\quad(\widetilde{V}_\partial\neq\emptyset)\Leftrightarrow(V_\partial[\delta]\neq\emptyset\ \forall\delta\in]0,\infty[). \tag{2}$$

Полагаем в дальнейшем $\widetilde{U}_\partial\neq\emptyset$ и $\widetilde{V}_\partial\neq\emptyset$. Пусть (см. (2))

$$\mathfrak{V}(\varepsilon,\delta)\triangleq\sup_{v\in V_\partial[\delta]}\inf_{u\in U_\partial[\varepsilon]}\Phi(u,v)\ \forall\varepsilon\in]0,\infty[\ \forall\delta\in]0,\infty[;$$

$$\mathbb{V} \triangleq \max_{\nu \in \widetilde{V}_\partial} \min_{\mu \in \widetilde{U}_\partial} f_0 \left(\left(\left(\int_{I_1} \alpha_i d\mu \right)_{i \in \overline{1,k}}, \left(\int_{I_2} \beta_j d\nu \right)_{j \in \overline{1,l}} \right) \right).$$

$\forall æ \in]0, \infty[\ \exists \zeta \in]0, \infty[\colon |\mathfrak{V}(\varepsilon, \delta) - \mathbb{V}| < æ\ \ \forall \varepsilon \in]0, \zeta[\ \ \forall \delta \in]0, \zeta[$.

Пусть множество $\{u * \eta_1 : u \in U\}$ всюду плотно в $\widetilde{U}$ в топологии $\tau_0(\mathcal{L}_1)$ [3, (4.2.9)] и $\{v * \eta_2 : v \in \in V\}$ всюду плотно в $\widetilde{V}$ в топологии $\tau_0(\mathcal{L}_2)$, а каждая из функций $\gamma_i,\ i \in \overline{1,p}$ и $\omega_j,\ j \in \overline{1,l}$ является ступенчатой [1, §2.7] в смысле $(I_1, \mathcal{L}_1)$ и $(I_2, \mathcal{L}_2)$ соответственно. Тогда множество $\{u * \eta_1 : u \in \mathcal{U}\}$ всюду плотно в $\widetilde{U}_\partial$ (множество $\{v * \eta_2 : v \in \mathcal{V}\}$ всюду плотно в $\widetilde{V}_\partial$) при оснащении $\mathbb{A}(\mathcal{L}_1)$ и $\mathbb{A}(\mathcal{L}_2)$ $*$-слабыми топологиями [3, (3.4.13)]; $\mathcal{U} \neq \emptyset,\ \mathcal{V} \neq \emptyset$.
Справедливо равенство: $\mathbb{V} = \sup\limits_{v \in \mathcal{V}} \inf\limits_{u \in \mathcal{U}} \Phi(u, v)$.
Из теорем 1, 2 имеем устойчивость по максимину: $\forall \zeta \in]0, \infty[\ \ \exists \theta_\zeta \in]0, \infty[$:

$$|\mathfrak{V}(\varepsilon, \delta) - \sup_{v \in \mathcal{V}} \inf_{u \in \mathcal{U}} \Phi(u, v)| < \zeta\ \ \forall \varepsilon \in]0, \theta_\zeta[\ \ \forall \delta \in]0, \theta_\zeta[.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ченцов А.Г.* Элементы конечно-аддитивной теории меры, I. Екатеринбург: УГТУ-УПИ, 2008. 388 с.
2. *Данфорд Н., Шварц Дж.Т.* Линейные операторы. Общая теория. М.: Изд-во иностранной литературы, 1962. 895 с.
3. *Chentsov A.G.* Finitely additive measures and relaxations of extremal problems. N. Y.; L.; and M.: Plenum Publishing Corporation, 1996. 244 p.

Abstract: The extension of an unstable game problem in the class of finitely additivi measures is considered.
Keywords: finitely additive measure; maximin; weak absolute continuity.

Ченцов Александр Георгиевич
д. ф.-м. н., профессор
Институт математики и механики УрО РАН
Россия, Екатеринбург
e-mail: chentsov@imm.uran.ru

Aleksandr Chentsov
doctor of phys.-math. sciences, professor
Institute of Mathematics and Mechanics of UrD RAS
Russia, Ekaterinburg
e-mail: chentsov@imm.uran.ru

Шапарь Юлия Викторовна
главный программист
Институт математики и механики УрО РАН
Россия, Екатеринбург
e-mail: shaparuv@mail.ru

Yulija Shapar
senior programmer
Institute of Mathematics and Mechanics of UrD RAS
Russia, Ekaterinburg
e-mail: shaparuv@mail.ru